2002年度　入学試験 一般教育科目

■ 問題1

次の論説を読み、設問 (i)-(iv) に答えよ。（配点 60 点）

Scientific understanding has probably $\boxed{\text{(a)}}$ more in the past 50 years than in all previous history. Its applications have made our lives $\boxed{\text{(b)}}$. Increasingly,however, we recognize unintended $\boxed{\text{(c)}}$ consequences of our well-intentional activities.

In the United Kingdom, and in Europe more generally, every week seems to bring a new $\boxed{\text{(d)}}$, report, or debate on "science and society". And a good thing too. I believe we need to do a better job of deliberately asking what kind of world we want –subject to the opportunities offered by scientific advances and the constraints that science clarifies – rather than just letting things happen. A recent $\boxed{\text{(e)}}$ shows that 84% of Britons think that "scientists and $\boxed{\text{(f)}}$ make a valuable contribution to society" and 68% think that "scientists want to make life better for the average person". But the real issue, as the same $\boxed{\text{(g)}}$ showed, is that roughly 50% thought that the pace of current scientific advance was too fast for $\boxed{\text{(h)}}$ to keep up with through effective $\boxed{\text{(i)}}$ and regulation. So how best to conduct the dialogue, as old as democracy itself, between government $\boxed{\text{(j)}}$ and the public in complex scientific areas, in a way that fosters trust?

I begin with the principles set out by the UK office of Science and Technology into the history of bovine spongiform encephalopathy[注 1] : Consult widely and get the best people, but also make sure dissenting voices are heard ; recognize and admit uncertainly ; and above all, be open and publish all advice. Try to separate risk assessment from risk management, and aim at management that is proportional to the risk involved. Whenever possible, make the facts and uncertainties clear and leave it to individuals to choose (for instance, whether to eat beef off the bone of not).

All this is easier said than done. Even when risk can be assessed, people's subjective views may be different (people feel that cars are safer than trains, even though they are more than a hundred times more dangerous). ア)<u>そして、問題はしばしば既知の科学の枠外にあり、リスクは推測するしか仕方がない。学校、大学、クイズ番組(*1)などを通じ、確立された知識に基づき確実に答えを出せるもの、として科学をとらえている一般市民にとって、このことは特に受容しがたい。</u>It is easy to say "let all voices be heard", but many will bring other agendas to the debate, and the resulting babble of voices is uncomfortable for a civil servant used to confidential anonymous,and consensual advice to a minister. However, these admitted and awkward costs of wide and open consultation, and of open admission of uncertainty, are outweighed by their trust-promoting benefits. And anyway, the world that deferred to authority, advised by confidential cabals, has gone. I do not mourn its passing.

I see the recent UK debate and decision about extending the limited use of embryonic stem cells[注 3] from research on human fertility[注 4] to other specified therapeutic[注 5]uses as a model for the イ)<u>above principles</u> in action. There were three years of wide-ranging debate, engaging scientist, lawyers, ethicists, patient groups, and the general public in its many forms. Then free votes (not constrained by party positions in both the Lower and Upper Houses of Parliament, against a background of lobbying for and against; much technical information and misinformation; medical benefits for some; and ethical anguish for others. Clear decisions (by more than 2 to 1 in both houses) were made to allow the research to proceed, under well-specified constraints. ウ)<u>This</u> is democracy in action, notwithstanding the complexity of the science.

adapted from Science **292** 2001

注 1 : bovine spongiform encephalopathy - 牛海棉状脳症（いわゆる狂牛病）, 注 2 : クイズ番組 - quiz shows , 注 3 : embryonic stem cells - はい幹細胞 , ES 細胞 , 注 4 : fertility - 不妊治療 , 注 5 : therapeutic - 治療の

1. (a) から (j) までの空欄には、以下のどの語をいれるのが適当か、選択せよ（同じ語が複数の欄に入ることもある）。

   1) policymakers, 2) engineers, 3) poll, 4) committee, 5) better, 6) shrinked, 7) oversight, 8)expanded, 9) worse, 10)adverse, 11)effective, 12)government, 13)election, 14) scientists

2. 下線部 ア) を英訳せよ。

3. 下線部 イ) が指し示す’principles’ とは何か、日本語で簡潔に箇条書きせよ。

4. 下線部 ウ) の’This’ の内容を、日本語 1 行程度で要約せよ。

■ 問題 2

次の説明文を読み、設問 (i)-(iv) に答えよ。（配点 40 点）

Time spectroscopy involves the measurement of the time relationship between two events. A particularly difficult problem in timing is to obtain a logic signal[注 1] that is precisely related in time to the event. Some type of time pickoff circuit[注 2] is employed to produce a logic output pulse that is consistently related in time to the beginning of each input of signal.

To understand the use of timeing electronics it is important to understand some of the problems associated with timing. Three important sources of error can occur in time pickoff measurements: walk, drift, and jitter. Walk is the time movement of the output pulse relative to its input pulse, due to variations in the shape and the amplitude of the input pulse. Drift is the long-term timing error introduced by component aging and by temperature variations in the time pickoff circuitry. Jitter is the timing uncertainty of the pickoff signal that is caused by noise in the system and by statistical fluctuations of the signals from the detector.

A leading-edge method, which is the simplest means of deriving a time pickoff signal, produces an output logic pulse when the input signal crosses a fixed threshold level. A primary disadvantage of this technique is that the time of occurrence of the output pulse from a leading-edge trigger is a function of the amplitude and rise time[注 3] of the input signal. This time walk relationship restricts the usefulness of the leading-edge trigger as an accurate time pickoff device to those applications that involve only a very narrow range of input signal amplitudes and rise times.

(adapted from EG&G ORTEC catalog)

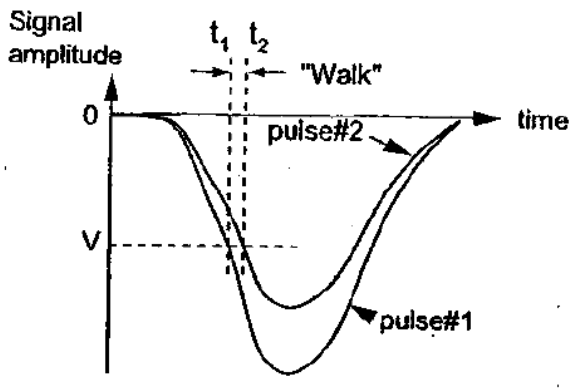
注 1 : logic signal - 論理回路, 注 2 : time pickoff circuit - タイミング信号生成回路, 注 3 : rise time - 立上り時間

1. 正確なタイミング測定で問題となる三つの要素を日本語で簡潔に説明せよ。

2. どんな信号に対してリーディングエッジ (leading-edge) 法が適用できるかを日本で述べよ。

3. 文中の下線部を和訳せよ。

4. 次の図は’walk’ を説明するための図である。図中のキーワード (t_1, t_2, V, pulse #1, pulse #2) をすべて用いて、’walk’ を英語 5 行以内で説明せよ。



■ 問題 1

定数ベクトル $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ を用いた微分方程式

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{x} = \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{x}$$

を考える。

1. 上の方程式に A を用いて

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{x} = A \bullet \overrightarrow{x}$$

という形に書き換える。行列 A を求めよ。

2. 次の性質を持つ正規直行基底 $\overrightarrow{e_i}(i = 1, 2, 3)(\overrightarrow{e_i} \bullet \overrightarrow{e_j} = \delta_i j)$ と係数 $\lambda(\lambda > 0)$ を求めよ。

$$\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{e_1} = \lambda\overrightarrow{e_2}, \qquad \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{e_2} = -\lambda\overrightarrow{e_1}, \qquad \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{e_3} = 0$$

3. 上で得られた結果を用いると、行列 A は実直行行列 U を用いて

$$A = U \begin{pmatrix} 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} U^t, \qquad UU^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とかけることを示せ (ただし U^t は U の転地行列)。また U 求めよ。

4. $\overrightarrow{x}$ を基底 $\overrightarrow{e_i}$ を用いて

$$\overrightarrow{x} = \sum_{i=1}^{3} q_i(t)\overrightarrow{e_i}$$

と展開する。係数 $q_i(t)$ に対する微分方程式に書き下し、その一般解を求めよ。また解の振る舞いを定性的に論じよ。

■ 問題 2

球対称の関数 $u(t,r)$ に対する波動方程式は、以下のように書くことができる:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

ここで、r は動径座標、t は時間座標、c は速度の次元の定数である。以下の問に答えよ。

1. 上の偏微分方程式の一般解を求めよ。なおここで一般解とは 2 個の任意関数で表された解を指す。

2. 初期条件、$t = 0$ で $u = e^{-r^2/(2r_0^2)}$、$\partial u/\partial t = 0$ の場合の $t > 0$ に対する解を求めよ。ただし、r_0 は波束の広がりをあらわす実定数である。

3. 初期条件、$t = 0$ で $u = 0$、$\partial u/\partial t = e^{-r^2/(2r_0^2)}$ の場合の $t > 0$ に対する解を求めよ。

4. 3 で求めた関数を、時間に対してフーリエ変換せよ。ただしここでフーリエ変換は、

$$U(\omega, r) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t,r) e^{i\omega t} dt$$

   と定義する。

5. $g(\omega) \equiv U(\omega, r = 0)$ は、ω の関数である。$g(\omega)$ が最大値となる ω の値を求めよ。

■ 問題 1 解答

1. (a) 8 , (b) 5 , (c) 10 , (d) 1 , (e) 3 , (f) 2 , (g) 3 , (h) 12 , (i) 4 , (j) 1

2. And risk can only be assumed for the problem often lies beyond the framework of science. It is difficult to accept this fact, for ordinary people who through schools, university and quiz shows think of sciences as something that always have definite answers based on established knowledge.

3.
   - 各分野のスペシャリストを集め、意見を聴く。
   - 不確定要素の存在を認識する。
   - すべての議論を公開し、透明性を増す。
   - リスクの評価をしっかり行い、そのマネジメントを考える。
   - 不確定な部分は明確にし、できるだけ個人の判断に任せるという仕組みを採用する。

4. 各分野の専門家が集まり、民意を反映する仕組みを通して、ES 細胞の取り扱いに関するシステムを作ったこと。

■ 問題 2 解答

1.
   - •walk - input pulse の形状や振幅のばらつきを測定器が時間の違いだと認識してしまうこと。
   - •drift - 部品の老朽化、pick off circuit の熱的なばらつきによる（長期で表れる）タイミングエラー
   - •jitter - システムのノイズと測定器の統計誤差が原因となる pick off signal のタイミング不確定性

2. input signal の振幅、立上り時間の range が狭いもの

3. 一番単純なタイミング生成回路の原理であるリーディングエッジ方では、input signal がある threshold level を横切る時に output logic pulse が生成される仕組みになっている。

4. In this graph the time pick off circuit recognizes pulse #1 at t_1, when it crosses V. Pulse #2 on the other hand is recognized at t_2, by the same reason. Even though two pulses occured at the same time, the circuit counts pulse #2 after pulse #1. This difference or movement in time is called “walk”.

■ 問題 1 解答

1. $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ とすると、$\vec{v}$ と $\vec{x}$ の外積は、

$$\vec{v} \times \vec{x} = \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ -2x_3 - x_1 \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}$$

よって、

$$\frac{d}{dt}\vec{x} = \vec{v} \times \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A\vec{x}$$

ゆえに求める行列は、

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

である。

2. $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ b \end{pmatrix}, (a^2 + b^2 = 1)$ とおくと、

$$\vec{v} \times \vec{e_1} = \begin{pmatrix} a + b \\ -2b \\ 2a \end{pmatrix} = \lambda\vec{e_2}$$

この関係式を、$\vec{v} \times \vec{e_2} = -\lambda\vec{e_1}$ に代入すると、

$$\vec{v} \times \lambda\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 2a - 2b \\ -5a - b \\ -a - 5b \end{pmatrix}, \qquad -\lambda^2\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda^2 a \\ -\lambda^2 b \end{pmatrix}$$

これより、

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad b = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \lambda = \sqrt{6}$$

ゆえに、

$$\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \qquad \vec{e_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \qquad \vec{e_3} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

3. $\vec{x} = q_1\vec{e_1} + q_2\vec{e_2} + q_3\vec{e_3}$ とおくと、(2) より、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

上を形式的に $\vec{x} = U\vec{q}$ とかくことにする。

ここで、(2) で導入した $\vec{e_i}$ の性質から、

$$\vec{v} \times \vec{x} = q_1(\vec{v} \times \vec{e_1}) + q_2(\vec{v} \times \vec{e_2}) + q_3(\vec{v} \times \vec{e_3}) = \lambda q_1\vec{e_2} - \lambda q_2\vec{e_1} = U\begin{pmatrix} \lambda q_2 \\ -\lambda q_1 \\ 0 \end{pmatrix} = U\begin{pmatrix} 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{x} = U\overrightarrow{q}$ より、$\overrightarrow{q} = U^{-1}\overrightarrow{x}$ (なぜならば U は実直行行列)

これを前の式に代入すれば、$\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{x} = U \begin{pmatrix} 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} U^t \overrightarrow{x}$

(1) で書き換えた関係から、A は上の $U \begin{pmatrix} 0 & -\lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} U^t$ であることが分かる。

また、$U = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$

4. $\overrightarrow{x} = \sum_{i=1}^{3} q_i(t)\overrightarrow{e_i}$ を $\frac{d}{dt}\overrightarrow{x} = \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{x}$ に代入して、両辺の $\overrightarrow{e_i}$ の係数を比較すれば、

$$\dot{q}_1(t) = -\lambda q_2(t), \qquad \dot{q}_2(t) = \lambda q_1(t), \qquad \dot{q}_3(t) = 0$$

これより、

$$q_1(t) = Ae^{i\lambda t} + Be^{-i\lambda t}, \qquad q_2(t) = -iAe^{i\lambda t} + iBe^{-i\lambda t}, \qquad q_3(t) = Const.$$

$\overrightarrow{x}$ が実のベクトルであるとすると、$\overrightarrow{q}$ も実のベクトルなので、$A = -B$ であることが必要である。よって、

$$q_1(t) = 2A\cos(\lambda t), \qquad q_2(t) = 2A\sin(\lambda t), \qquad q_3(t) = Const.$$

解の振る舞いは、$\overrightarrow{v}$ を中心軸とする円運動を表していると考えられる。
これは回転座標系で見たベクトル $\overrightarrow{x}$ の変化が, 角速度ベクトルを $\overrightarrow{\omega}$ とすると、

$$\frac{d\overrightarrow{x}}{dt} = \overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{x}$$

となることを示している。

■ 問題 2 解答

1. 右辺の $\dfrac{\partial^2 u}{\partial r^2}$ は $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}(ru)$ と書き換えることができるので、新たに $u(t,r) \equiv \dfrac{\chi(t,r)}{r}$ と定義すれば、関数 $\xi(t,r)$ について、

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2}$$

が成立する。これは 1 次元の波動方程式で一般解は

$$\chi(t,r) = f(r-ct) + g(r+ct)$$

（ダランベールの解。$f(r-ct)$ が r の正方向に、$g(r+ct)$ が r の負方向に進む波を表す。）よって、与えられた偏微分方程式の一般解は、

$$u(t,r) = \frac{1}{r}\{f(r-ct) + g(r+ct)\}$$

2. 初期条件より、

$$\begin{cases} f(r) + g(r) = re^{-r^2/2r_0^2} \\ f'(r) - g'(r) = 0 \end{cases}$$

よって、$f(r) = g(r) = \dfrac{1}{2} re^{-r^2/(2r_0^2)}$ 1 で得られた結果に代入して、

$$u(t,r) = \frac{1}{2r}\left\{(r-ct)e^{-(r-ct)^2/(2r_0^2)} + (r+ct)e^{-(r+ct)^2/(2r_0^2)}\right\}$$

3. 初期条件より、

$$\begin{cases} f(r) + g(r) = 0 \\ f'(r) - g'(r) = -\frac{1}{c} re^{-r^2/(2r_0^2)} \end{cases}$$

よって、$f(r) = \dfrac{r_0^2}{2c} e^{-r^2/(2r_0^2)}, g(r) = -\dfrac{r_0^2}{2c} e^{-r^2/(2r_0^2)}$ 1 で得られた結果に代入して、

$$u(t,r) = \frac{r_0^2}{2c}\frac{1}{r}\left\{e^{-(r-ct)^2/(2r_0^2)} - e^{-(r+ct)^2/(2r_0^2)}\right\}$$

4. 3 で求めた $u(t,r)$ のフーリエ変換は、

$$\begin{aligned} U(\omega,r) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(t,r)e^{i\omega t}dt \\ &= \frac{r_0^2}{2c}\frac{1}{r} e^{-r^2/(2r_0^2)} \int_{-\infty} \infty \left\{ e^{-c^2t^2/(2r_0^2)+(i\omega+\frac{cr}{r_0^2})t} - e^{-c^2t^2/(2r_0^2)+(i\omega-\frac{cr}{r_0^2})t} \right\} dt \end{aligned}$$

ここで Gauss 積分の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2+bt}dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{4a}}$$

を用いれば、

$$\begin{aligned} U(\omega,r) &= \frac{r_0^2}{2c}\frac{1}{r} e^{-r^2/2r_0^2} \frac{\sqrt{2\pi r_0^2}}{c} \left\{ e^{\frac{r_0^2}{2c^2}}(i\omega + \frac{cr}{r_0^2})^2 - e^{\frac{r_0^2}{2c^2}}(i\omega - \frac{cr}{r_0^2})^2 \right\} \\ &= \sqrt{2\pi} i \frac{r_0^3}{rc^2} e^{-\frac{r_0^2}{2c^2}\omega^2} \sin(\frac{r}{c}\omega) \end{aligned}$$

5.

$$
\begin{aligned}
g(\omega) \equiv U(\omega, r=0) &= i\sqrt{2\pi}\frac{r_0^3}{c^3}\omega e^{-\frac{r_0^2}{2c^2}\omega^2}\lim_{r\to 0}\frac{\sin(\frac{\omega}{c}r)}{\frac{\omega}{c}r} \\
&= i\sqrt{2\pi}\frac{r_0^3}{c^3}\omega e^{-\frac{r_0^2}{2c^2}\omega^2}
\end{aligned}
$$

$|g(\omega)| \propto \omega e^{-r_0^2\omega^2/(2c^2)}$ より

$$
\frac{d}{d\omega}\left(\omega e^{\frac{r_0^2}{2c^2}\omega^2}\right) = \left(1 - \frac{r_0^2}{c^2}\omega^2\right)e^{\frac{r_0^2}{2c^2}\omega^2} = 0
$$

とすると、$\omega = c/r_0$ の時、$g(\omega)$ 最大。